Hydromechanika a hydrológia

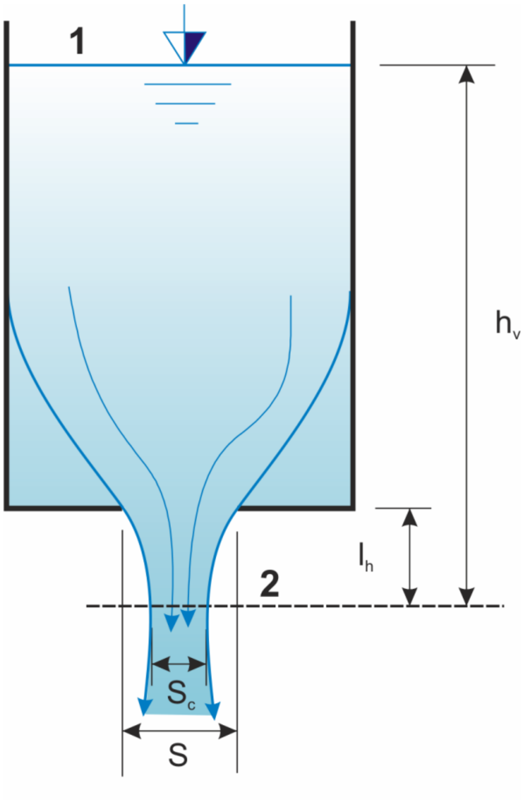
5. prednáška

Výtok vody

- Ide o výtok vody z nádob a nádrží
- Základné rozdelenie
  - **Neustálený výtok** – do nádrže priteká určité množstvo vody Q_p, z nádrže odteká množstvo Q_v, tieto množstvá sa nerovnajú
  - **Ustálený výtok** – zvláštny prípad, kedy $Q_p=Q_v$, nemení sa poloha hladiny.
- Rozdelenie podľa polohy výtokového otvoru
  - Otvor vo vodorovnom dne – najjednoduchší prípad
  - Otvor v stene

Ustálený výtok

- Otvor vo vodorovnom dne



Bernoulliho rovnica medzi profilmi 1 a 2

$$h_v + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + Z$$

Pretože výtok je do atmosféry, je $p_1 = p_2$

$$h_v + k = \frac{\alpha v_2^2}{2g} + Z = \frac{\alpha v_2^2}{2g} + \xi \frac{v_2^2}{2g}$$

Prítoková rýchlostná výška

$$k = \frac{\alpha v_1^2}{2g}$$

Ustálený výtok

- Otvor vo vodorovnom dne (pokrač.)

$$h_v + k = \frac{\alpha v_2^2}{2g} + \xi \frac{v_2^2}{2g} = (\alpha + \xi)\frac{v_2^2}{2g} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2g(h_v + k)}{\alpha + \xi}}$$

Výtoková rýchlosť je

$$\boxed{v = \varphi\sqrt{2g(h_v + k)}}$$

Rýchlostný výtokový súčiniteľ $\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{\alpha + \xi}}$

V praxi $\varphi \approx 0{,}97$

Výtokové množstvo Q, S je plocha otvoru

$$Q = S_c v = \varepsilon . S . v$$

Koeficient zúženia prierezu

$$Q = \varepsilon . \varphi S \sqrt{2g(h + k)} = \mu S \sqrt{2g(h + k)}$$

Výtokový koeficient

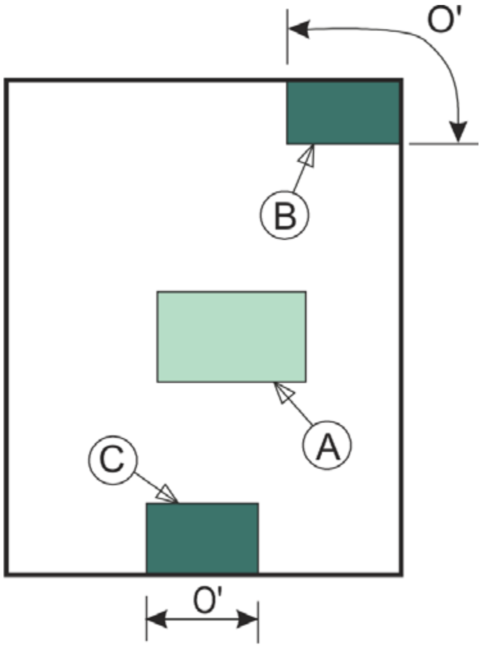
Ustálený výtok

- Hodnoty koeficientov

Druh otvoru	Súčinitele			
	výtoku μ	kontrakcie ε	rýchlosti j	strát ξ
malý ostrohranný otvor s úplným dokonalým zúžením	0,60	0,62	0,97	0,06
malý zaoblený otvor s úplným dokonalým zúžením	0,70	0,71	0,98	0,05
veľký otvor s úplným zúžením	0,70	0,75	0,95	0,10

Ustálený výtok

- Nedokonalé zúženie



Prípad A – dokonalé zúženie, t.j. zúženie vznikne okolo celého otvoru
Prípady B a C – nedokonalé zúženie, po dĺžke O’ nevznikne zúženie

Úprava výtokového koeficienta:

$$\mu_n = \mu\left(1 + 0{,}15\frac{O'}{O}\right)$$

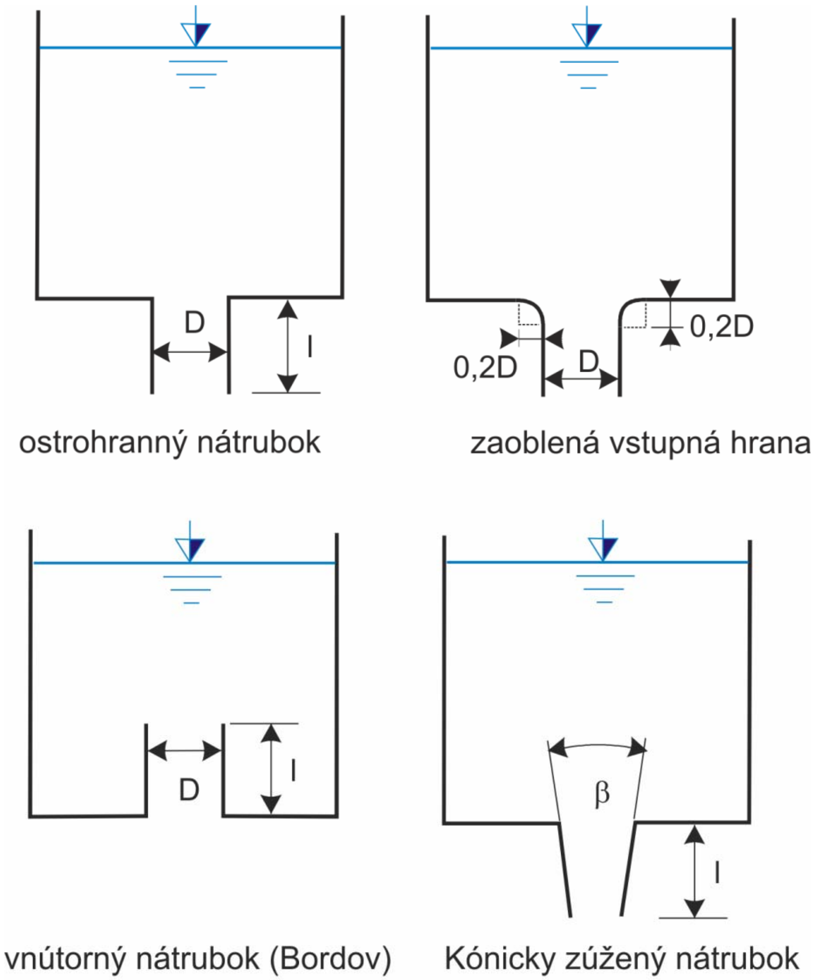
O – celý obvod otvoru,
O’ – časť obvodu bez zúženia

Ustálený výtok

- Nátrubky

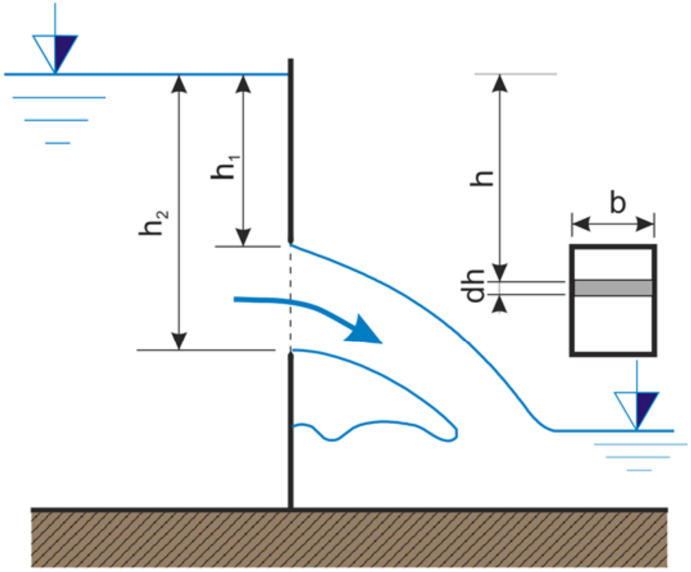
Dĺžka nátrubku l=3D až 4D

Druh nátrubku	μ
Ostrohranný	0,82
Zaoblený výtok	0,95
Bordov	0,51
Kónicky zúžený	0,92



Ustálený výtok

- Otvor v stene



Výtok malým obdĺžnikovým průžkom

$$dQ = \mu.dS.\sqrt{2g(h+k)} = \mu.b.dh.\sqrt{2g(h+k)}$$

$$Q = \int_{h_1}^{h_2} dQ = \mu\sqrt{2g}\int_{h_1}^{h_2} b\sqrt{h+k}\,dh$$

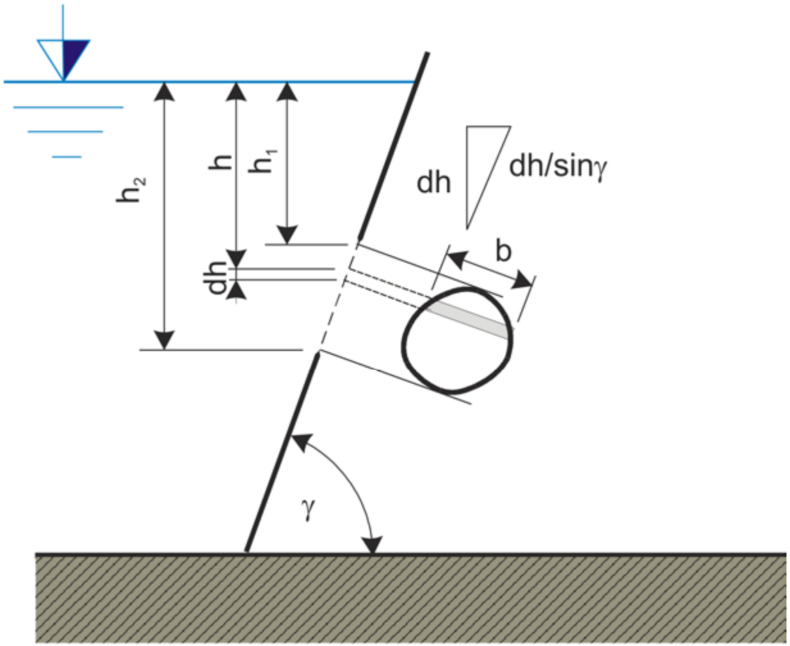
Pre obdĺžnikový otvor b=konšt.

$$Q = \mu b\sqrt{2g}\int_{h_1}^{h_2}\sqrt{h+k}\,dh = \mu b\sqrt{2g}\left[\frac{2}{3}(h+k)^{\frac{3}{2}}\right]_{h_1}^{h_2}$$

$$\boxed{Q = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\left[(h_2+k)^{\frac{3}{2}} - (h_1+k)^{\frac{3}{2}}\right]}$$

Ustálený výtok

- Otvor v šikmej stene



Výtok malým obdĺžnikovým prúžkom

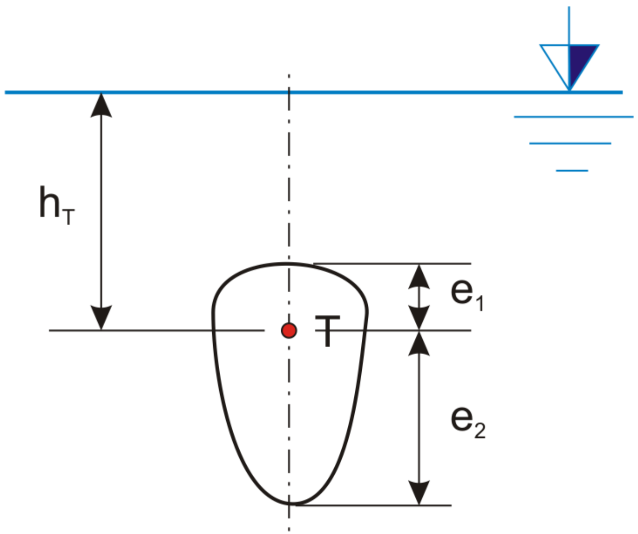
$$dQ = \mu.dS.\sqrt{2g(h+k)} = \mu.b.\frac{dh}{\sin\gamma}.\sqrt{2g(h+k)}$$

Obdĺžnikový otvor v šikmej stene

$$\boxed{Q = \frac{2}{3}\mu\frac{b}{\sin\gamma}\sqrt{2g}\left[(h_2+k)^{\frac{3}{2}} - (h_1+k)^{\frac{3}{2}}\right]}$$

Ustálený výtok

- Hydraulicky malý otvor



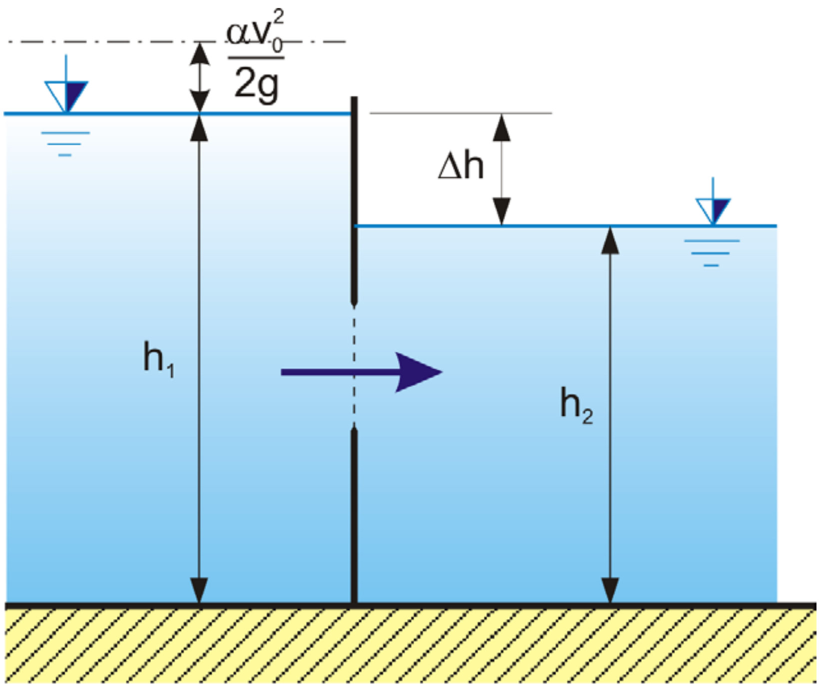
Ak platí, že $\boxed{h_T \geq 4.e_{max}}$

môžeme otvor považovať za hydraulicky malý a použiť vzorec pre otvor v dne:

$$\boxed{Q = \mu S \sqrt{2g\left(h_T + k\right)}}$$

Ustálený výtok

- Výtok zatopeným otvorom v stene



Bernoulliho rovnica pre profily pred a za otvorom

$$h_1 + \frac{p_a}{\rho g} + \frac{\alpha v_0^2}{2g} = h_2 + \frac{p_a}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g} + Z$$

$$h_1 - h_2 + k = \frac{\alpha v^2}{2g} + \xi \frac{v^2}{2g} = (\alpha + \xi)\frac{v^2}{2g}$$

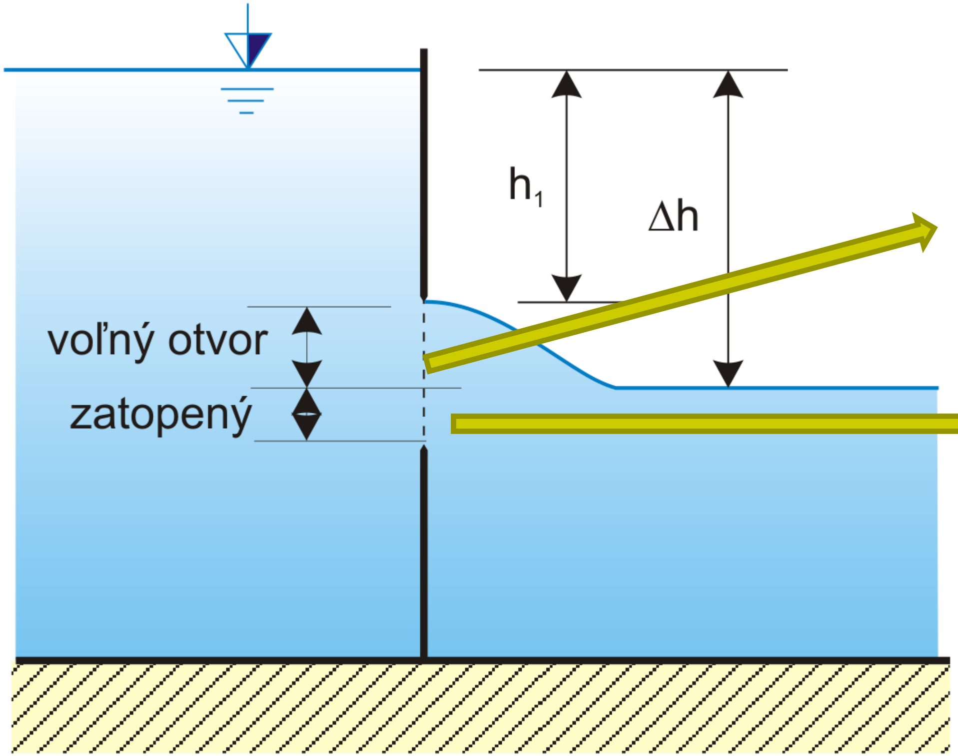
$$v = \frac{1}{\alpha + \xi}\sqrt{2g(h_1 - h_2 + k)} = \varphi\sqrt{2g(\Delta h + k)}$$

$$\boxed{Q = \mu S\sqrt{2g(\Delta h + k)}}$$

Výtokové množstvo nezávisí na polohe otvoru

Ustálený výtok

- Kombinácia zatopeného a voľného výtoku



$$Q_1 = \frac{2}{3}\mu\frac{b}{\sin\gamma}\sqrt{2g}\left[(\Delta h + k)^{\frac{3}{2}} - (h_1 + k)^{\frac{3}{2}}\right]$$

$$Q_2 = \mu S_2\sqrt{2g(\Delta h + k)}$$

$$\boxed{Q = Q_1 + Q_2}$$

Neustálený výtok

- Základná bilančná rovnica

$$\boxed{\left(Q_p - Q_v\right)dt = \pm S.dz}$$

S – plocha hladiny v nádobe

Rozdiel prítoku a výtoku

- Nádrže delíme na:
  - Prizmatické S=konšt
  - Neprizmatické
    - Pravidelné – dá sa vyjadriť S=f(z)
    - Nepravidelné – napr. priehradné nádrže

Neustálený výtok

- Úplné vyprázdnenie nádoby (Q_p=0)

Výtokové množstvo

$$Q_v = \mu S_v \sqrt{2gz}$$

S_v – plocha výtokového otvoru

Bilančná rovnica

$$-Q_v dt = -S.dz \Rightarrow dt = \frac{S}{\mu S_v \sqrt{2gz}} dz$$

Čas úplného vyprázdnenia nádoby

$$t = \int_0^h dt = \int_0^h \frac{S}{\mu S_v \sqrt{2gz}} dz$$

Neustálený výtok

- Úplné vyprázdnenie nádoby ($Q_p=0$)
- Prizmatická nádoba (S=konšt)

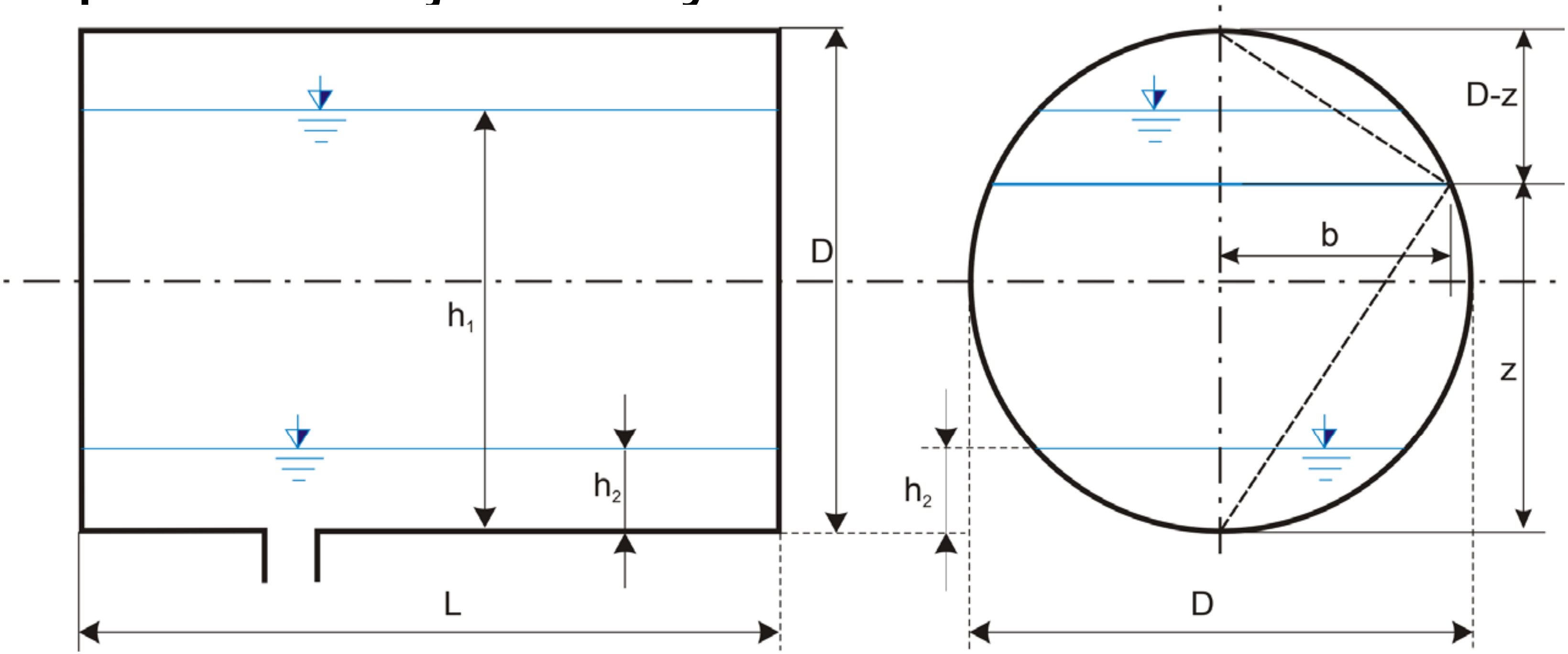
$$t = \frac{S}{\mu S_v \sqrt{2g}} \int_0^h \frac{dz}{\sqrt{z}} = \frac{S}{\mu S_v \sqrt{2g}} \left[2\sqrt{z} \right]_0^h$$

Čas, potrebný na celkové vyprázdnenie

$$\boxed{t = \frac{2S\sqrt{h}}{\mu S_v \sqrt{2g}}}$$

Neustálený výtok

- Úplné vyprázdnenie neprizmatickej pravidelnej nádoby



Plocha hladiny $S = 2b.L$

Z Euklidovej vety o výške $b = \sqrt{z.(D-z)} \Rightarrow S = 2.L.\sqrt{z.(D-z)}$

Neustálený výtok

- Úplné vyprázdnenie neprizmatickej pravidelnej nádoby

Čas úplného vyprázdnenia nádoby

$$t = \int_0^D \frac{S}{\mu S_v \sqrt{2gz}} dz$$

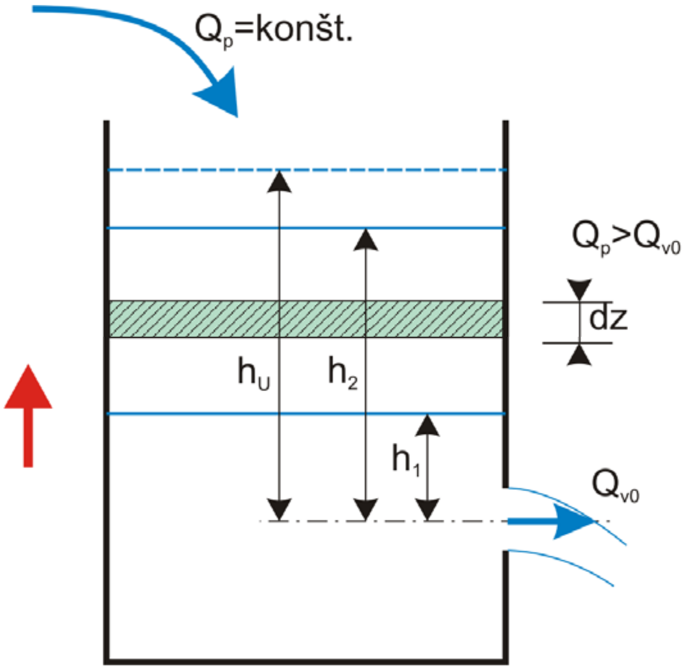
Dosadíme za plochu hladiny

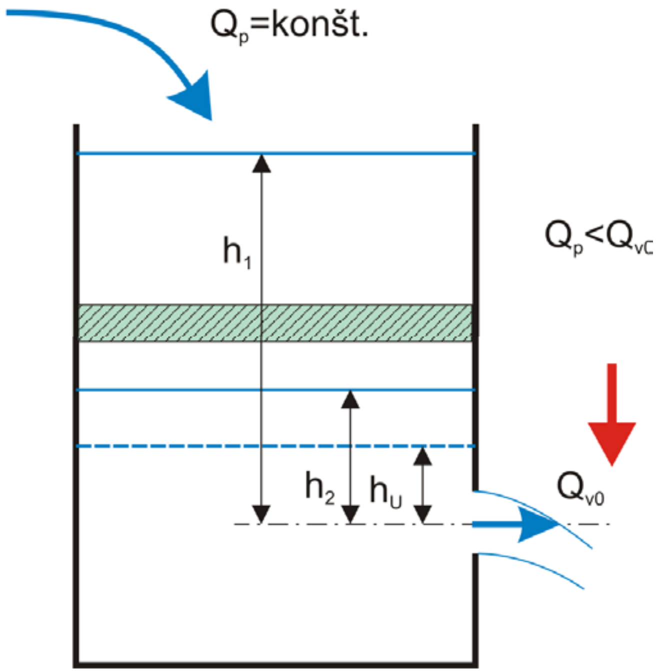
$$t = \int_0^D \frac{2L\sqrt{z}.\sqrt{D-z}}{\mu S_v \sqrt{2gz}} dz = \frac{2L}{\mu S_v \sqrt{2g}} \int_0^D \sqrt{D-z}\, dz$$

$$\boxed{t = \frac{4}{3} \frac{L.D^{\frac{3}{2}}}{\mu.S_v \sqrt{2g}}}$$

Neustálený výtok

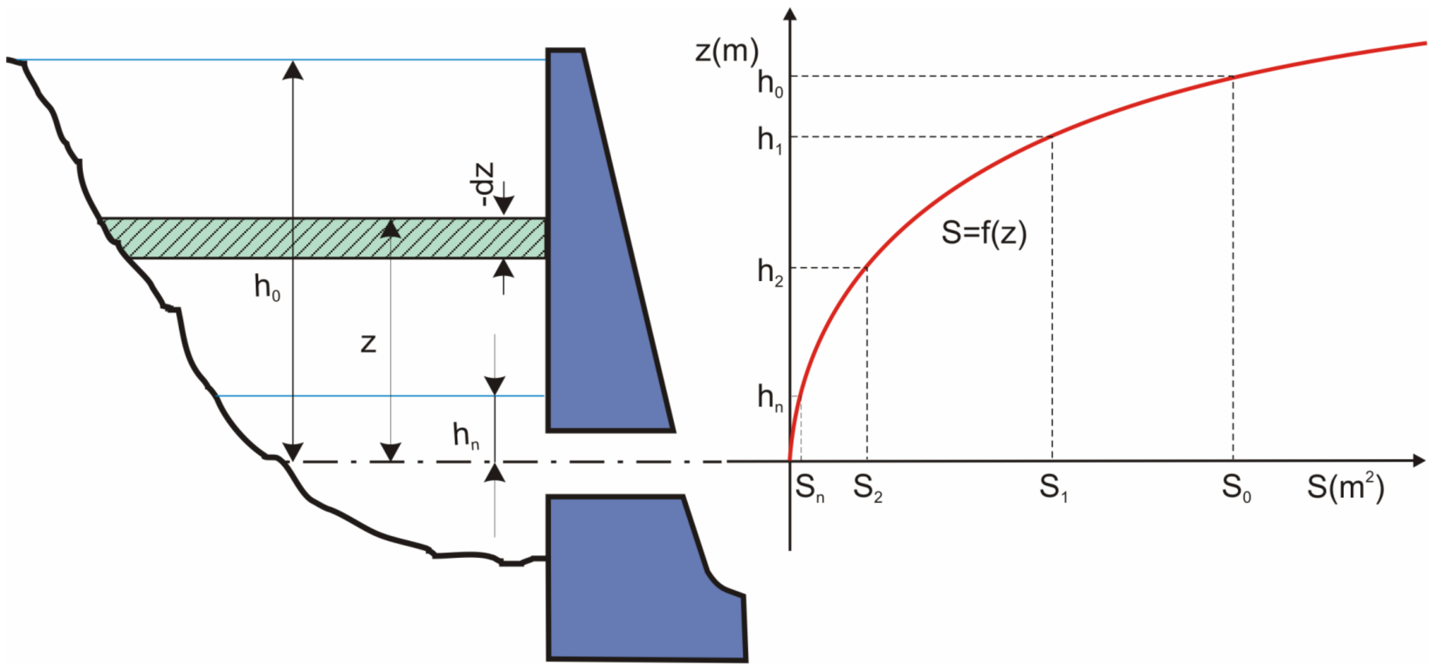
- Hĺbka ustálenia $$h_u = \frac{Q_p^2}{2g.\mu^2.S_v^2}$$





Neustálený výtok

- Výtok z nepravidelných nádrží



Neustálený výtok

- Nepravidelná nádrž
  - Výpočet numerickou integráciou rovnice

$$t = \frac{1}{\mu_v . S_v . \sqrt{2g}} . \int_{h_n}^{h_0} \frac{S}{\sqrt{z}} dz$$

  - Rozdelí sa hĺbka na prúžky

$$t = \frac{1}{\mu_v . S_v . \sqrt{2g}} . \frac{h_0 - h_n}{3n} . \left[\frac{S_0}{\sqrt{h_0}} + 4. \left(\frac{S_1}{\sqrt{h_1}} + \frac{S_3}{\sqrt{h_3}} + ... + \frac{S_{n-1}}{\sqrt{h_{n-1}}} \right) + 2 \left(\frac{S_2}{\sqrt{h_2}} + \frac{S_4}{\sqrt{h_4}} + ... + \frac{S_{n-2}}{\sqrt{h_{n-2}}} \right) + \frac{S_n}{\sqrt{h_n}} \right]$$

S_i – plocha hladiny pre hĺbku h_i